

Decizie de indexare a faptei de plagiat la poziția 00157 / 17.04.2015 și pentru admitere la publicare în volum tipărit

care se bazează pe:

A. Nota de constatare și confirmare a indiciilor de plagiat prin fișa suspiciunii inclusă în decizie.

Fișa suspiciunii de plagiat / Sheet of plagiarism's suspicion	
	Opera suspicionată (OS) Suspicious work
	Opera autentică (OA) Authentic work
OS	PETRILĂ, Titus and TRIF, Damian. <i>Basic of fluids mechanics and introduction to computational fluid dynamics</i> . Claude BREZINSKI (ed). Numerical Methods and Algorithms. Vol.3. Berlin: Springer. 2005.
OA	PETRILĂ, T. și TRIF, D. <i>Metode numerice și computaționale în dinamica fluidelor</i> . Cluj-Napoca: Ed. Digital Data. 2002.
Incidența minimă a suspiciunii / Minimum incidence of suspicion	
p.005:01-p.052:00	p.001:01-p.050:00
p.053:01-p.063:35	p.051:01-p.064:25
p.063:Figure 2.1	p.062:Figura 2.1
p.065:32-p.066:00	p.073:04-p.074:00
p.070:01-p.076:00	p.077:15-p.083:16
p.073:Figure 2.4	p.080:Figura 2.10
p.079:16-p.087:02	p.083:16-p.090:10
p.092:32-p.099:00	p.090:17-p.097:09
Fișa întocmită pentru includerea suspiciunii în Indexul Operelor Plagiate în România de la Sheet drawn up for including the suspicion in the Index of Plagiarized Works in Romania at www.plagiate.ro	

Notă: Prin „p.72:00” se înțelege paragraful care se termină la finele pag.72. Notăția „p.00:00” semnifică până la ultima pagină a capitolului curent, în întregime de la punctul inițial al preluării.

Note: By „p.72:00” one understands the text ending with the end of the page 72. By „p.00:00” one understands the taking over from the initial point till the last page of the current chapter, entirely.

B. Fișa de argumentare a calificării de plagiat alăturată, fișă care la rândul său este parte a deciziei.

Echipa Indexului Operelor Plagiate în România

Fișa de argumentare a calificării

Nr. crt.	Descrierea situației care este încadrată drept plagiat	Se confirmă
1.	Preluarea identică a unor pasaje (piese de creație de tip text) dintr-o operă autentică publicată, fără precizarea întinderii și menționarea provenienței și însușirea acestora într-o lucrare ulterioară celei autentice.	✓
2.	Preluarea a unor pasaje (piese de creație de tip text) dintr-o operă autentică publicată, care sunt rezumate ale unor opere anterioare operei autentice, fără precizarea întinderii și menționarea provenienței și însușirea acestora într-o lucrare ulterioară celei autentice.	
3.	Preluarea identică a unor figuri (piese de creație de tip grafic) dintr-o operă autentică publicată, fără menționarea provenienței și însușirea acestora într-o lucrare ulterioară celei autentice.	✓
4.	Preluarea identică a unor tabele (piese de creație de tip structură de informație) dintr-o operă autentică publicată, fără menționarea provenienței și însușirea acestora într-o lucrare ulterioară celei autentice.	
5.	Republicarea unei opere anterioare publicate, prin includerea unui nou autor sau de noi autori fără contribuție explicită în lista de autori	
6.	Republicarea unei opere anterioare publicate, prin excluderea unui autor sau a unor autori din lista inițială de autori.	
7.	Preluarea identică de pasaje (piese de creație) dintr-o operă autentică publicată, fără precizarea întinderii și menționarea provenienței, fără nici o intervenție personală care să justifice exemplificarea sau critica prin aportul creator al autorului care preia și însușirea acestora într-o lucrare ulterioară celei autentice.	✓
8.	Preluarea identică de figuri sau reprezentări grafice (piese de creație de tip grafic) dintr-o operă autentică publicată, fără menționarea provenienței, fără nici o intervenție care să justifice exemplificarea sau critica prin aportul creator al autorului care preia și însușirea acestora într-o lucrare ulterioară celei autentice.	✓
9.	Preluarea identică de tabele (piese de creație de tip structură de informație) dintr-o operă autentică publicată, fără menționarea provenienței, fără nici o intervenție care să justifice exemplificarea sau critica prin aportul creator al autorului care preia și însușirea acestora într-o lucrare ulterioară celei autentice.	
10.	Preluarea identică a unor fragmente de demonstrație sau de deducere a unor relații matematice care nu se justifică în regăsirea unei relații matematice finale necesare aplicării efective dintr-o operă autentică publicată, fără menționarea provenienței, fără nici o intervenție care să justifice exemplificarea sau critica prin aportul creator al autorului care preia și însușirea acestora într-o lucrare ulterioară celei autentice.	
11.	Preluarea identică a textului (piese de creație de tip text) unei lucrări publicate anterior sau simultan, cu același titlu sau cu titlu similar, de un același autor / un același grup de autori în publicații sau edituri diferite.	
12.	Preluarea identică de pasaje (piese de creație de tip text) ale unui cuvânt înainte sau ale unei prefețe care se referă la două opere, diferite, publicate în două momente diferite de timp.	

Notă:

a) Prin „proveniență” se înțelege informația din care se pot identifica cel puțin numele autorului / autorilor, titlul operei, anul apariției.

b) Plagiatul este definit prin textul legii¹.

„...plagiatul – expunerea într-o operă scrisă sau o comunicare orală, inclusiv în format electronic, a unor texte, idei, demonstrații, date, ipoteze, teorii, rezultate ori metode științifice extrase din opere scrise, inclusiv în format electronic, ale altor autori, fără a menționa acest lucru și fără a face trimitere la operele originale...”.

Tehnic, plagiatul are la bază conceptul de **piesă de creație** care²:

„...este un element de comunicare prezentat în formă scrisă, ca text, imagine sau combinat, care posedă un subiect, o organizare sau o construcție logică și de argumentare care presupune niște premise, un raționament și o concluzie. Piesa de creație presupune în mod necesar o formă de exprimare specifică unei persoane. Piesa de creație se poate asocia cu întreaga operă autentică sau cu o parte a acesteia...”

cu care se poate face identificarea operei plagiate sau suspicioase de plagiat³:

„...O operă de creație se găsește în poziția de operă plagiată sau operă suspicioasă de plagiat în raport cu o altă operă considerată autentică dacă:

- i) Cele două opere tratează același subiect sau subiecte înrudite.
- ii) Opera autentică a fost făcută publică anterior operei suspicioase.
- iii) Cele două opere conțin piese de creație identificabile comune care posedă, fiecare în parte, un subiect și o formă de prezentare bine definită.
- iv) Pentru piesele de creație comune, adică prezente în opera autentică și în opera suspicioasă, nu există o menționare explicită a provenienței. Menționarea provenienței se face printr-o citare care permite identificarea piesei de creație preluate din opera autentică.
- v) Simpla menționare a titlului unei opere autentice într-un capitol de bibliografie sau similar acestuia fără delimitarea întinderii preluării nu este de natură să evite punerea în discuție a suspiciunii de plagiat.
- vi) Piesele de creație preluate din opera autentică se utilizează la construcții realizate prin juxtapunere fără ca acestea să fie tratate de autorul operei suspicioase prin poziția sa explicită.
- vii) În opera suspicioasă se identifică un fir sau mai multe fire logice de argumentare și tratare care leagă aceleași premise cu aceleași concluzii ca în opera autentică...”

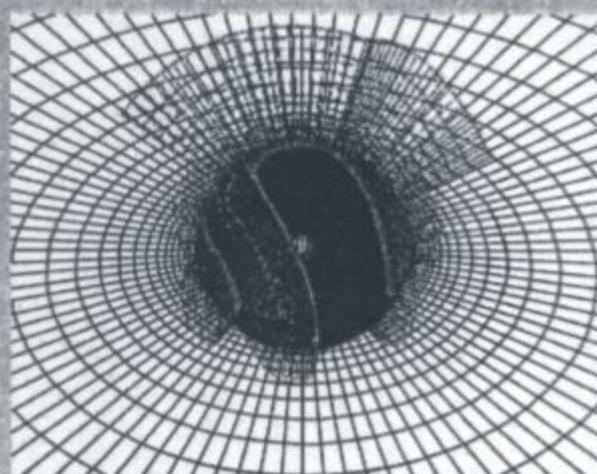
¹ Legea nr. 206/2004 privind buna conduită în cercetarea științifică, dezvoltarea tehnologică și inovare, publicată în Monitorul Oficial al României, Partea I, nr. 505 din 4 iunie 2004

² ISOC, D. Ghid de acțiune împotriva plagiatului: bună-conduită, prevenire, combatere. Cluj-Napoca: Ecou Transilvan, 2012.

³ ISOC, D. Prevenitor de plagiat. Cluj-Napoca: Ecou Transilvan, 2014.

Metode numerice și computaționale în dinamica fluidelor

Titus Petrila Damian Trif



**Editura
Digital Data Cluj**

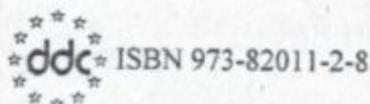
Copyright © 2002 by Titus Petrila & Damian Trif

Toate drepturile sunt rezervate pentru ediția în limba română, conform Legii Dreptului de Autor nr.8/1996., Nici o parte a acestei cărți nu poate fi reprodusă sub nici o formă și prin nici un mijloc, fără aprobarea prealabilă a editurii și autorilor.

Referenți:

Prof. univ. dr. Nicolae Marcov, Universitatea București

Cerc. princ.I dr. Vladimir Cardoso, Institutul de Statistică Matematică și Matematică Aplicată al Academiei Române



Editura Digital Data Cluj (www.digitaldata.ro)

str. Ady Endre nr. 29

3400 Cluj-Napoca

Tel: 0264-442124, Email: cluj@digitaldata.ro

Publicat de *Editura Digital Data Cluj*

Tiparul interior la *ARITMOS* București

Coperta și broșarea la *PRINTART* Cluj-Napoca

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României

PETRILA, TITUS

Metode numerice computaționale în mecanica fluidelor /

Titus Petrila, Damian Trif, Cluj-Napoca: Digital Data, 2002

506 p; 24 cm, il.,

Bibliogr.

ISBN 973-82011-2-8

I. Trif, Damian

519.6:532

Cuprins

I	Dinamica fluidelor	5
1	Mecanica mediilor continue	7
1.1	Cinematica mediilor continue	7
1.1.1	Conceptul de mediu continuu deformaabil	7
1.1.2	Mișcarea unui mediu continuu	10
1.1.3	Criteriul lui Euler - Lagrange	18
1.2	Principiile generale	21
1.2.1	Forțele acționând asupra unui mediu continuu	21
1.2.2	Principiul conservării masei	23
1.2.3	Principiile variației torsorului impulsului. Ecuațiile de bilanț	24
1.2.4	Tenșorul tensiunilor al lui Cauchy	25
1.2.5	Ecuațiile de mișcare ale lui Cauchy	27
1.2.6	Principiul variației energiei. Ecuația (conservării) energiei	28
1.2.7	Principiul de conservare general	29
1.3	Legi de comportament	30
1.3.1	Noțiuni introductive de termodinamică	30
1.3.2	Legi de comportament	36
1.3.3	Fluide ideale	37
1.3.4	Fluide reale	41
1.3.5	Unde de șoc	46
1.3.6	Forma unitară a ecuațiilor fluidelor	50
2	Dinamica fluidelor ideale	53
2.1	Teoremele lui Bernoulli	53
2.2	Rezultate simple de existență și unicitate	56
2.3	Cazul plan	60
2.3.1	Suprapunerea de mișcări	64
2.3.2	Formulele lui Blasius - Ciaplăghin	71
2.4	Reprezentarea conformă	73
2.5	Principiile teoriei profilelor	77

2.5.1	Mișcarea în jurul unui profil	77
2.5.2	Profile cu vârf ascuțit. Ipoteza lui Jukovski	79
2.5.3	Teoria profilelor a lui Jukovski	81
2.5.4	Generarea numerică a funcției de reprezentare conformă	83
2.6	Metoda panourilor	85
2.6.1	Metoda panourilor cu surse	85
2.6.2	Metoda panourilor cu vârtejuri	87
2.7	Mișcări fluide "aproape" potențiale	90
2.8	Teoria aripei subțiri	93
2.9	O problemă de jet	97
2.10	Mișcări irotaționale nestaționare	100
2.11	Fluide compresibile barotrope	110
2.12	Linii Mach	121
2.13	Metode directe și hodografice	125
3	Fluide vâscoase	129
3.1	Ecuția rotației și variația circulației	129
3.2	Câteva rezultate de existență și unicitate	132
3.3	Sistemul Stokes	133
3.4	Formulări în variabile primitive	135
3.4.1	Formularea în presiune	136
3.4.2	Formularea în presiune și viteză	137
3.5	Formulări în variabile "neprimitive"	139
3.5.1	Formularea "în funcția de curent"	140
3.5.2	Formularea în vorticitate și funcția de curent	146
3.5.3	Formularea separată în vorticitate și funcția de curent	146
3.5.4	O formulare integro-diferențială	151
3.6	Similitudinea mișcărilor fluide	153
3.7	Mișcări cu număr Reynolds mic	157
3.7.1	Modelul Oseen	160
3.8	Mișcări cu număr Reynolds mare	164
3.8.1	Ecuțiile stratului limită	167
3.8.2	Algoritm probabilistic pentru ecuațiile Prandtl	172
II	Metode numerice	179
4	Metode numerice	181
4.1	Metode numerice pentru EDO	181
4.1.1	Problema Cauchy pentru ecuații diferențiale ordinare	181
4.1.2	Probleme la limită pentru ecuații diferențiale ordinare	190
4.2	Metode numerice pentru EDP	192
4.2.1	Discretizarea ecuațiilor cu derivate parțiale	192
4.2.2	Clasificarea ecuațiilor cu derivate parțiale	195

4.2.3	Comportamentul diferitelor clase de EDP	198
4.2.4	Metode numerice pentru EDP	200
5	Metoda diferențelor finite	215
5.1	Ecuția liniară de advecție	215
5.1.1	Discretizarea ecuației liniare de advecție	215
5.1.2	Dispersia numerică și difuzia numerică	222
5.2	Ecuția difuziei	225
5.2.1	Discretizarea ecuației difuziei	225
5.3	Ecuția lui Burgers	228
5.3.1	Soluții clasice și soluții slabe	228
5.3.2	Ecuția lui Burgers cu termen disipativ	234
5.3.3	Discretizarea ecuației lui Burgers în absența șocului	235
5.4	Metode numerice pentru ecuații hiperbolice	238
5.4.1	Discretizarea ecuațiilor hiperbolice	238
5.4.2	Discretizarea în prezența șocului	243
5.5	Metode numerice pentru ecuații eliptice	245
5.6	Diferențe finite compacte	249
5.6.1	Aproximarea derivatelor	249
5.6.2	Analiza Fourier a erorilor	253
5.6.3	Scheme cu diferențe compacte combinate	257
5.6.4	Scheme cu diferențe supercompacte	260
5.7	Transformări de coordonate	262
6	Metoda elementului finit	273
6.1	Metoda elementului finit	275
6.1.1	Problemă model unidimensională	275
6.1.2	Mișcarea în prezența unui perete permeabil	281
6.1.3	Fundamentarea matematică a metodei elementului finit	286
6.1.4	Sisteme divergență - rotor	293
6.1.5	Sisteme divergență - rotor - gradient	297
6.2	Metoda volumelor finite	299
6.2.1	Probleme bilocale	300
6.2.2	Ecuații eliptice de ordinul II	311
6.2.3	Ecuații parabolice	315
6.3	Metoda elementelor pe frontieră (MEFr)	320
6.3.1	Noțiuni de bază ale metodei elementelor pe frontieră	321
6.3.2	Metoda elementelor pe frontieră cu valori complexe	324
6.3.3	Cuplarea metodei elementelor pe frontieră cu MEF	328
6.4	Metode spectrale	333
6.4.1	Serii Fourier	334
6.4.2	Polinoame ortogonale	339
6.4.3	Metode spectrale pentru EDP	346

III Exemple	353
7 Exemple simple	355
7.1 Sisteme diferențiale	356
7.1.1 Căderea liberă a unui corp sferic	356
7.1.2 Pendul în fluid	359
7.1.3 Mișcările verticale ale unei aripi de avion	360
7.1.4 Problema balisticii	362
7.2 Metoda funcțiilor complexe	364
7.2.1 Aplicații conforme	364
7.2.2 Metoda panourilor	367
7.3 Ecuația lui Poisson	373
7.3.1 Domeniu rectangular cu vorticitate internă	373
7.3.2 Canal cu obstacol	374
7.3.3 Curgerea fluidelor prin canale și conducte	378
7.3.4 Metoda ADI și PDE-toolbox (MATLAB)	381
7.4 Ecuații hiperbolice	385
7.4.1 Unde sonore într-un tub	385
7.4.2 Unde de șoc	386
7.4.3 Lege de conservare	391
7.5 Ecuații parabolice	394
7.5.1 Unde de șoc în fluide vâscoase	394
7.5.2 Strat limită	398
7.5.3 Mișcarea unui fluid între două plăci plane	406
8 Aplicații	409
8.1 Mișcarea unui fluid în jurul unei sfere	409
8.2 Instabilități Helmholtz	415
8.3 Mișcări transonice	418
8.4 Mișcare în jurul unui profil cilindric	423
8.5 Mișcarea unui fluid printr-un ajutoraj	427
8.6 Mișcarea unui dirijabil	431
8.7 Strat limită dinamic	437
8.8 Metoda Liapunov-Schmidt	441
8.9 Problema lui Stokes	449
8.10 Sistemul Navier-Stokes	469
A Formule vectorial-tensoriale	481
Bibliografie	487
Index	496

Capitolul 1

Introducere în mecanica mediilor continue

1.1 Cinematica mediilor continue

1.1.1 Conceptul de mediu continuu deformabil

Fluidele aparțin *mediilor continue deformabile*. În ceea ce urmează vom preciza calitățile unui sistem material pentru a-l defini ca un astfel de mediu continuu deformabil.

Din punct de vedere fizic un sistem material formează un *mediu (corp) continuu* sau un *sistem continuu* dacă este "umplut" continuu cu materie și fiecare parte a sa, oricât de mică ar fi, este și ea însăși un continuu "umplut" cu materie. Cum materia este formată din molecule, ipoteza de continuitate implică că un foarte mic volum va conține un număr foarte mare de molecule. De exemplu, conform ipotezei lui Avogadro, 1cm^3 de aer conține $2,687 \times 10^{19}$ molecule (în condiții normale). Desigur că nu vom fi interesați, în studiul mediilor continue în general și a fluidelor în particular, de proprietățile fiecărei molecule într-un anumit punct (poziția ocupată de moleculă), ci de media acestor proprietăți evaluate pe un număr mare de molecule aflate în vecinătatea moleculei (punctului) respectiv. De fapt asocierea acestei medieri pentru proprietățile într-un punct al mediului conduce tocmai la conceptul de continuitate, sintetizat în următorul postulat pe care îl vom accepta: "Materia este distribuită continuu în întreaga regiune considerată cu un mare număr de molecule, acest lucru fiind adevărat chiar în cele mai mici (macroscopic vorbind) volume."

Matematic, un sistem material ocupând o anumită regiune \mathcal{D} din spațiul euclidian tridimensional este un mediu continuu dacă este o varietate tridimensională materială, raportată la un sistem inerțial dat, și care este dotată cu o măsură specifică numită *masă*, masă pe care o vom presupune absolut continuă

în raport cu volumul (măsura) lui \mathcal{D} .

Axiomatic noțiunea de masă se definește prin următoarele axiome:

1) Există întotdeauna un $m : \{\mathcal{M}\} \rightarrow \mathbb{R}_+$, adică o aplicație care asociază unui sistem material \mathcal{M} , din ansamblul tuturor sistemelor materiale $\{\mathcal{M}\}$, un număr real pozitiv $m(\mathcal{M})$ (care reprezintă și o mărime de stare, asociată lui \mathcal{M}), și care va purta numele de *masă* a sistemului.

Fizic, această asociere a numărului $m(\mathcal{M})$ unui sistem material \mathcal{M} se realizează prin compararea masei fizice a sistemului \mathcal{M} cu masa unui alt sistem material considerată ca unitate de măsură (adică prin: *măsurare*);

2) Pentru orice "desfacere" a sistemului material \mathcal{M} în două subsisteme disjuncte \mathcal{M}_1 și \mathcal{M}_2 ($\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 \cup \mathcal{M}_2$ și $\mathcal{M}_1 \cap \mathcal{M}_2 = \emptyset$), aplicația m satisface *proprietatea de aditivitate*, adică $m(\mathcal{M}) = m(\mathcal{M}_1) + m(\mathcal{M}_2)$.

Proprietatea de aditivitate conferă aplicației *masă* calitățile unei măsurii. Implicite masa unui sistem material $m(\mathcal{M})$ va fi suma maselor dm ale tuturor particulelor (moleculilor) care-l formează, ceea ce se scrie, folosind și ipoteza continuității, ca

$$m(\mathcal{M}) = \int_{\mathcal{M}} dm$$

integrala fiind luată în sensul lui Lebesgue;

3) Pentru orice sistem material \mathcal{M} , masa sa $m(\mathcal{M})$ nu se modifică în timpul evoluției sale, adică rămâne constantă ceea ce revine la $\dot{m} = 0$ (principiul universal al conservării masei).

În ceea ce privește ipoteza de absolut continuitate a masei în raport cu volumul regiunii \mathcal{D} ocupat de sistemul material considerat \mathcal{M} , această ipoteză, pe lângă că realizează o unitate între sistemul material și regiunea ocupată de acesta, implică evident că masa unui subsistem material $P \subset \mathcal{M}$ devine oricât de mică dacă volumul regiunii $D \subset \mathcal{D}$, ocupată de P , devine și el suficient de mic (dar neputând să atingă valoarea zero, adică respectând principiul indestructibilității materiei). Mai mult, acceptând că regiunea \mathcal{D} și odată cu ea toate subregiunile D , sunt închiderea unei mulțimi deschise ce conține o infinitate de particule fluide ocupând pozițiile definite (față de reperul inerțial) prin vectorii de poziție \mathbf{r} , iar în plus frontierele acestei regiuni sunt formate dintr-un număr finit de suprafețe cu normala variind continuu, conform teoremei lui Radon-Nycodim va exista o funcție numerică pozitivă $\rho(\mathbf{r}, t)$, definită a.p.t. în \mathcal{D} , astfel încât masa unei părți $P \subset \mathcal{M}$ să se poată exprima prin

$$m(P) = \int_{\mathcal{M}} \rho(\mathbf{r}, t) dv$$

Funcția $\rho(\mathbf{r}, t)$ va purta numele de *densitate* sau *masă specifică* în conformitate cu sensul ei fizic. Introducând densitatea prin reprezentarea de mai sus se evită dificultățile care ar putea apărea prin definirea lui $\rho(\mathbf{r}, t)$ ca o funcție de punct prin

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \lim_{\substack{\text{vol}(D) \rightarrow 0 \\ \text{vol}(D) \neq 0}} \frac{m(P)}{\text{vol}(D)}$$

definiție care, din punctul de vedere al continuității mediului, definește pe ρ doar în puncte discrete.¹ Evident că acceptarea existenței densității este o ipoteză de continuitate.

În cele ce urmează regiunea \mathcal{D} ocupată de mediul continuu \mathcal{M} (și analog D ocupat de partea sa P) va fi denumită fie *suportul de volum* al lui \mathcal{D} , fie *configurația* în care apare, la momentul respectiv, respectivul mediu continuu.

Condițiile de regularitate impuse lui \mathcal{D} și frontierei sale vor justifica utilizarea, în cele ce urmează, a aparatului analizei matematice clasice (în particular a formulilor de tip flux-divergență).

Mediul continuu nu se va identifica, evident, cu suportul său de volum sau cu configurația sa. Vom prelua însă pentru sistemele continue topologia suportului de volum (configurației) respective, topologie care a fost folosită și în mecanica newtoniană clasică. În particular, distanța dintre două puncte din mediul continuu va fi distanța euclidiană între pozițiile ocupate de aceste particole.

În studiul mediilor continue, în general, și al fluidelor, în particular, timpul va fi considerat ca o entitate absolută, indiferent de starea mișcării, comun oricărui sistem de referință în repaos sau mișcare. De asemenea vitezele care se întâlnesc sunt mult inferioare vitezei luminii așa că efectul relativist va fi neglijabil.

În spațiul de lucru, care este spațiul euclidian tridimensional - spațiu fără curbura, întotdeauna poate fi introdus un sistem de coordonate carteziene inerțial. Se poate de asemenea introduce, în acest spațiu, și un alt sistem de coordonate fără a modifica natura de bază a spațiului însuși.

În considerațiile ce vor urma, un volum infinitezimal de mediu continuu (deci cu un număr suficient de molecule dar cu o masă evident tot infinitezimală) va fi asociat unui punct geometric, formând o *particula de mediu continuu*, particola care va fi individualizată printr-o tripletă de numere reprezentând de fapt coordonatele, în sistemul ales, a punctului (poziției) ocupate. Se utilizează frecvent sinonimia între particola și punctul material (punctul geometric dotat deci cu o masă infinitezimală).

Un concept important în mecanica mediilor continue va fi cel de "sistem închis" sau de "volum material". Un *volum material* va fi o cantitate arbitrară de mediu continuu, de identitate bine precizată, care este "închisă" de o suprafață formată de asemenea din particole de mediu continuu. Toate punctele unui astfel de volum material, inclusiv punctele frontierei, se deplasează cu viteza locală respectivă, volumul material respectiv deformându-se în formă odată cu mișcarea respectivă, cu precizarea că nu vor exista fluxuri (transfe-

¹ $\text{Vol}(D)$ nu poate fi nicio dată zero deoarece atunci funcția ρ definită prin această limită ar fi sau zero sau infinită, depinzând dacă punctul în care este calculată densitatea se află în afara unei molecule sau în interiorul ei.